ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

o0o

Nguyễn Thị Tiến Hưng

ĐƯỜNG TRÒN LUCAS CỦA TAM GIÁC VÀ MỘT SỐ VẤN ĐỀ LIÊN QUAN

THÁI NGUYÊN 2020

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

o0o

Nguyễn Thị Tiến Hưng

ĐƯỜNG TRÒN LUCAS CỦA TAM GIÁC VÀ MỘT SỐ VẤN ĐỀ LIÊN QUAN

Chuyên ngành: Phương pháp toán sơ cấp
Mã số: 8 46 01 13

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

GIÁO VIÊN HƯỚNG DẪN
PGS.TS. NGUYỄN VIỆT HẢI

THÁI NGUYÊN 2020

Lời cảm ơn

Để hoàn thành được luận văn một cách hoàn chỉnh, tôi luôn nhận được sự hướng dẫn và giúp đỡ nhiệt tình của PGS.TS. Nguyễn Việt Hải, Giảng viên cao cấp Trường đại học Hải Phòng. Tác giả xin được bày tỏ lòng biết ơn chân thành và sâu sắc tới người hướng dẫn khoa học của mình, người đã đặt vấn đề nghiên cứu, dành thời gian hướng dẫn và tận tình giải đáp những thắc mắc của tác giả trong suốt quá trình làm luận văn.

Tác giả cũng đã học tập được rất nhiều kiến thức chuyên ngành bổ ích cho công tác và nghiên cứu của bản thân. Tác giả xin bày tỏ lòng cảm ơn sâu sắc tới các thầy giáo, cô giáo đã tham gia giảng dạy lớp Cao học Toán K12A7; Nhà trường và các phòng chức năng của Trường; Khoa Toán – Tin, trường Đại học Khoa học – Đại học Thái Nguyên đã quan tâm và giúp đỡ tác giả trong suốt thời gian học tập tại trường.

Tác giả cũng xin gửi lời cảm ơn sâu sắc tới Trung tâm Nghiên cứu Giáo dục và Đào tạo Hải Phòng đã giúp đỡ, tạo mọi điều kiện thuận lợi giúp tôi có thể hoàn thành luận văn này.

Tác giả cũng xin gửi lời cảm ơn tới tập thể lớp Cao học Toán K12A7 đã luôn động viên và giúp đỡ tác giả rất nhiều trong quá trình học tập và làm luận văn.

Cuối cùng, tôi xin gửi lời cảm ơn chân thành tới gia đình, bạn bè đã giúp đỡ và tạo điều kiện tốt nhất cho tôi khi học tập và nghiên cứu.

Tác giả

Nguyễn Thị Tiến Hưng

Danh mục các hình

Mục lục

MỘT SỐ KÝ HIỆU TRONG LUẬN VĂN

Stt	Ký hiệu	Nội dung ký hiệu	Trang
1	$A-$Lucas, $\mathcal{C}_a$	Đường tròn Lucas đi qua A	6
2	$B-$Lucas, $\mathcal{C}_b$	Đường tròn Lucas đi qua B	6
3	$C-$Lucas, $\mathcal{C}_c$	Đường tròn Lucas đi qua C	6
4	(O_A, R_A)	Đường tròn Lucas tâm O_A, bán kính R_A	6
5	$A-$Apollonius	Đường tròn Apollonius ứng với đỉnh A	11
6	$T_aT_bT_c$	Tam giác tiếp xúc	13
7	$\mathcal{C}_A(R_A)$	Đường tròn tâm $\frac{R-R_A}{R}.A$. bán kính R_A	16
8	G_e	Điểm Gergonne	29
9	N	Điểm Nagel	29
10	L, L_A, L_B, L_C	Điểm đối trung và điểm đối trung mở rộng	32
11	σ	Ký hiệu Conway, $\sigma = 2S_{ABC}$	33
12	σ_θ	Ký hiệu Conway, $\sigma_\theta = \sigma.\cot\theta$	33
13	$K(\theta)$	Tâm Kiepert $\left(\dfrac{1}{\sigma_A+\sigma_\theta} : \dfrac{1}{\sigma_B+\sigma_\theta} : \dfrac{1}{\sigma_C+\sigma_\theta}\right)$	35
14	$X(...)$	Tâm tam giác, [4]	35
15	OL	Trục Brocard	40
16	$\mathcal{C}_a, \mathcal{C}_b, \mathcal{C}_c$	Các đường tròn Lucas	40
17	$\mathcal{C}_n^a, \mathcal{C}_n^b, \mathcal{C}_n^c$	Ba họ đường tròn tiếp xúc	53

Mở đầu

1. Mục đích của đề tài luận văn

Đề tài "*Đường tròn Lucas của tam giác và một số vấn đề liên quan*" bao gồm cách xác định ba đường tròn Lucas, tâm Lucas, phương trình Lucas, đường tròn đẳng phương Lucas và mối liên hệ giữa đường tròn Lucas và các tâm tam giác. Các khái niệm này gắn liền với tên tuổi của Edouard Lucas (1842-1891), nhà toán học người Pháp, người phát hiện ra những tính chất thú vị của dãy số Lucas, một dãy sinh đôi với dãy số Fibonacci. Mục đích của đề tài là:

- Nghiên cứu các tính chất của đường tròn Lucas bằng phương pháp hình học truyền thống và bằng phương pháp tọa độ (barycentric), tìm mối liên quan giữa đường tròn Lucas với các tâm tam giác được xác định trong danh sách của C. Kimberling, [4].

- Trình bày các tính chất liên quan giữa đường tròn Lucas và đường tròn Apollonius, đường tròn Soddy.

- Dùng phương pháp tọa độ tìm ra các cặp tam giác phối cảnh, tam giác vị tự. Các tâm phối cảnh, tâm vị tự tìm được chính là các tâm tam giác có trong [4] và những điểm chưa có trong danh sách này.

2. Nội dung của đề tài, những vấn đề cần giải quyết

Dựa vào các tài liệu chính [1], [2] và [3] luận văn trình bày các tính chất của đường tròn Lucas trong tam giác và mối quan hệ với các đường tròn khác, các điểm đặc biệt khác trong tam giác; một số ứng dụng quan trọng của các kết quả tìm được như đường tròn đẳng phương Lucas, công thức Descartes, họ đường tròn đồng trục Schoute,... Nội dung luận văn được chia làm 3 chương.

Chương 1. Đường tròn Lucas của tam giác

Xuất phát từ ba hình vuông nội tiếp tam giác xây dựng ba đường tròn Lucas của tam giác. Bằng phương pháp hình học truyền thống giới thiệu các tính chất của các đường tròn Lucas thông qua các hệ thức hình học. Chương này bao gồm (nội dung tham khảo trong [2], [5]):

1.1. Đường tròn Lucas và các tính chất.

1.2. Đường tròn Lucas và công thức Descartes.

Chương 2. Đường tròn Lucas trong tọa độ barycentric

Các tính toán ở đây chủ yếu sử dụng các kết quả của tọa độ barycentric. Từ phương trình các đường tròn tìm được các cặp tam giác phối cảnh và tam giác vị tự, từ đó có mối liên hệ giữa đường tròn Lucas và các tâm tam giác (tổng hợp các mệnh đề trong [3]). Chương này bao gồm các mục:

2.1. Tọa độ barycentric thuần nhất.

2.2. Đường tròn Lucas với các tâm tam giác.

Chương 3. Một số vấn đề liên quan

Bằng cách tính tương tự có thể rút ra điều kiện tồn tại đường tròn Soddy của tam giác. Giới thiệu ba họ đường tròn như là một ứng dụng của kết quả vào việc xây dựng chuỗi các đường tròn, từ đó thu được một loạt các cặp tam giác phối cảnh và vị tự. Nội dung của chương bao gồm:

3.1. Đường tròn Lucas và đường tròn Soddy.

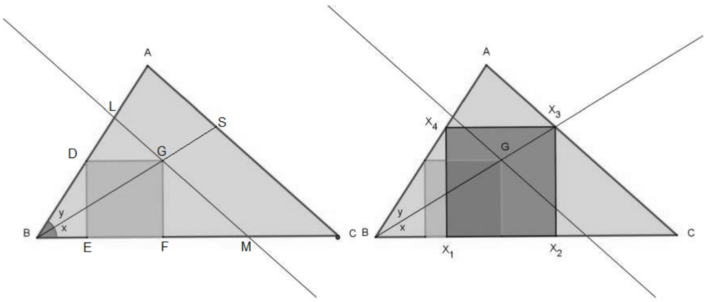
3.2. Ba họ vô hạn các đường tròn.

Chương 1

Đường tròn Lucas của tam giác

1.1. Đường tròn Lucas và các tính chất

Ta bắt đầu bằng khái niệm quen thuộc: hình vuông $X_1X_2X_3X_4$ nội tiếp ΔABC. Vì hình vuông có 4 đỉnh còn tam giác chỉ có 3 cạnh nên một cạnh nào đó của tam giác phải chứa 2 đỉnh hình vuông. Dựng hình vuông nội tiếp tam giác như thế nào là bài toán đã biết ở phổ thông (Hình 1.1). Dựng hình vuông



Hình 1.1: Hình vuông nội tiếp tam giác

bất kỳ $DEFG$ như trên Hình 1.1a. Nếu đường thẳng LM qua G, song song với AC thì ΔLBM với hình vuông $DEFG$ nội tiếp trong nó hoàn toàn thỏa mãn điều kiện đặt ra nhưng kích thước nhỏ hơn. Nhắc lại rằng các góc tương ứng của hai hình đồng dạng thì bằng nhau, kéo theo BG chia góc $\widehat{B}$ thành 2 phần x, y như BS chia góc $\widehat{ABC}$. Kéo dài BG gặp AC ở X_3, sau đó ta dựng được hình